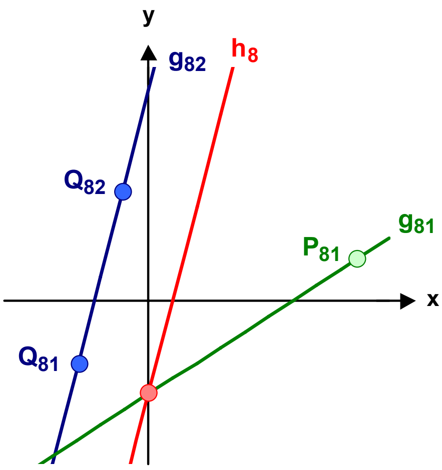
Aufgabe 11.13 (Seite 371)

h) Die Gerade g_{81} hat die Steigung $\frac{2}{3}$ und geht durch den Punkt P_{81} (9 / 2). Die Gerade g_{82} geht durch die beiden Punkte Q_{81} (-3 / -3) und Q_{82} (-1 / 5).
Wie lautet die Normalform der Geraden h_8, welche parallel zur Geraden g_{82} verläuft und die Y-Achse im selben Punkt wie die Gerade g_{81} schneidet?

h_8: $y = 4x - 4$

Analyse



Gerade g_{81}

P_{81} (9 / 2), $m = \frac{2}{3}$

$q = 2 - \frac{2}{3} \bullet 9$ ➔ $q = -4$

Normalform g_{81}: ➔ $y = \frac{2}{3}x - 4$

Schnittpunkt mit Y-Achse: ➔ S_y (0 / -4)

Gerade g_{82}

Q_{81} (-3 / -3), Q_{82} (-1 / 5)

$m = \frac{5 - (-3)}{(-1) - (-3)}$ ➔ $m = 4$

$q = (-3) - 4 \bullet (-3)$ ➔ $q = 9$

Normalform g_{82}: ➔ $y = 4x + 9$

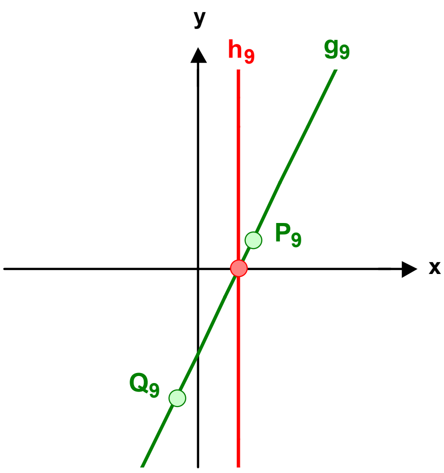
Gerade h_8 (Parallele zur Geraden g_{82})

$m = 4$ (wie g_{82}), $q = -4$ (wie g_{81})

i) Die Gerade g_9 geht durch die Punkte P_9 (2 / 1) und Q_9 (-1 / -5).
Wie lautet die Normalform der Geraden h_9, welche parallel zur Y-Achse verläuft und die X-Achse im selben Punkt wie die Gerade g_9 schneidet?

h_9: $x = 1\frac{1}{2}$

Analyse



Gerade g_9

P_9 (2 / 1), Q_9 (-1 / -5)

$m = \frac{(-5) - 1}{(-1) - 2}$ ➔ $m = 2$

$q = 1 - 2 \bullet 2$ ➔ $q = -3$

Normalform g_9: ➔ $y = 2x - 3$

Schnittpunkt mit der X-Achse:

$0 = 2x - 3$

$3 = 2x$

$x = 1.5$ ➔ S_x (1.5 / 0)

Aufgabe 13.9 (Seite 445)

① Ermitteln Sie die Schnittpunkte der Kurve (Parabel) mit der Geraden, und zeichnen Sie beide Funktionen in ein Koordinatensystem ein.

a) f_1: $y = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 4\frac{1}{2}$

g_1: $y = x - 1\frac{1}{2}$

S_1 (-6 / -7½), S_2 (-2 / -3½)

❶ $\frac{1}{2}x^2 + 5x + 4\frac{1}{2} = x - 1\frac{1}{2}$

$x^2 + 10x + 9 = 2x - 3$

$x^2 + 8x + 12 = 0$

$x_{1,2} = -\left(\frac{8}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12}$

$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{4}$

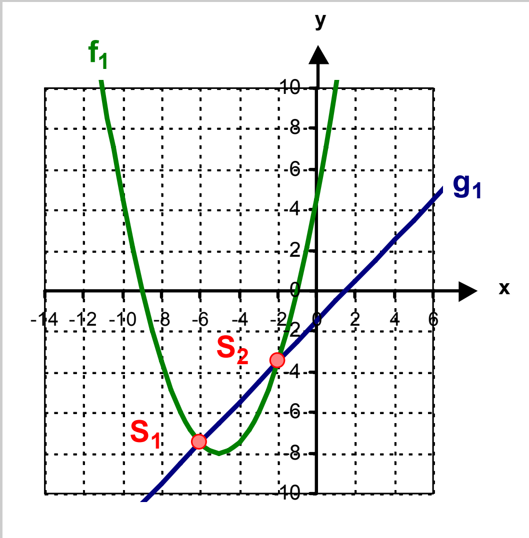
$x_{1,2} = -4 \pm 2$

➔ $x_1 = \underline{-6}$, $x_2 = \underline{-2}$

❷ $y_1 = (-6) - 1.5$ ➔ $y_1 = \underline{-7.5}$

$y_2 = (-2) - 1.5$ ➔ $y_2 = \underline{-3.5}$

❸ S_1 (-6 / -7.5), S_2 (-2 / -3.5)



b) f_2: $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$

g_2: $y = -x - 1$

S_1 (-6 / 5), S_2 (2 / -3)

❶ $\frac{1}{4}x^2 - 4 = -x - 1$

$x^2 - 16 = -4x - 4$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$x_{1,2} = -\left(\frac{4}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-12)}$

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{16}$

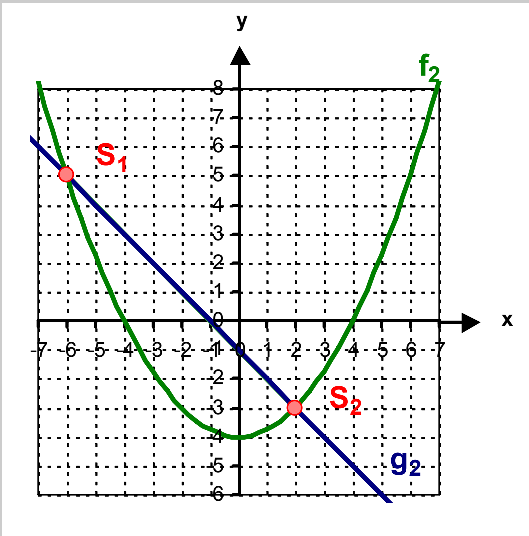
$x_{1,2} = -2 \pm 4$

➔ $x_1 = \underline{-6}$, $x_2 = \underline{2}$

❷ $y_1 = -(-6) - 1$ ➔ $y_1 = \underline{5}$

$y_2 = -2 - 1$ ➔ $y_2 = \underline{-3}$

❸ S_1 (-6 / 5), S_2 (2 / -3)



Aufgabe 15.12 (Seite 488)

① Das Marktverhalten lässt sich im Bereich zwischen 1 und 12 Mengeneinheiten mit folgenden linearen Funktionen beschreiben:

Angebot: $y = \frac{1}{3}x + 5$ Nachfrage: $y = -\frac{1}{2}x + 10$

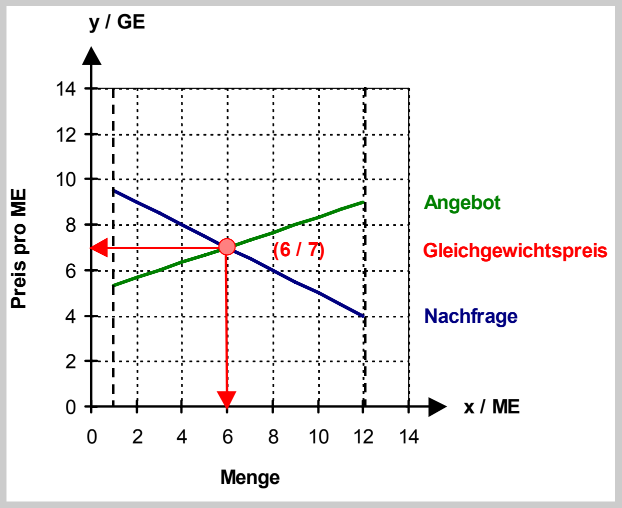
a) Zeichnen Sie die Funktionen auf.

$D_x = \{ x \in \mathbb{Q} \mid 1 \leq x \leq 12 \}$

$D_y = \mathbb{Q}^+$

x = Menge in Mengeneinheiten (ME)

y = Preis pro ME in Geldeinheiten (GE)



b) Wie hoch ist der Gleichgewichtspreis? 7 Geldeinheiten bei einer Menge von 6 Mengeneinheiten

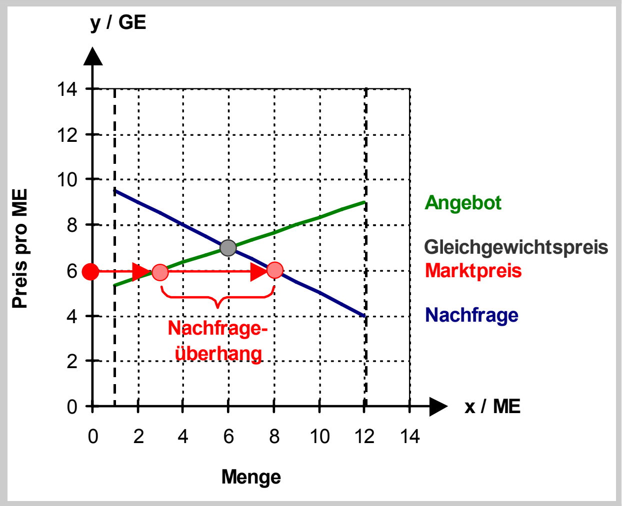
$\frac{1}{3}x + 5 = -\frac{1}{2}x + 10$

$2x + 30 = -3x + 60$ ➔ $5x = 30$ ➔ $x = \underline{6}$

$y = \frac{1}{3} \bullet 6 + 5$ ➔ $y = 2 + 5$ ➔ $y = \underline{7}$

c) Um den Konsumenten zu schützen, setzt der Staat einen Höchstpreis von 6 Geldeinheiten pro Mengeneinheit fest. Berechnen Sie den Angebots- resp. Nachfrageüberhang, und zeichnen Sie den Sachverhalt ins Diagramm ein.

Nachfrageüberhang: 5 Mengeneinheiten



Angebot $6 = \frac{1}{3}x + 5$ ➔ $18 = x + 15$ ➔ $x = \underline{3}$

Nachfrage $6 = -\frac{1}{2}x + 10$ ➔ $12 = -x + 20$ ➔ $-8 = -x$ ➔ $x = \underline{8}$

Nachfrageüberhang $8 - 3 = \underline{5}$

Aufgabe 17.4 (Seite 568)

a) Zur Herstellung der zwei Maschinenprototypen A5 und B5 sind jeweils 2 Bearbeitungsmaschinen P1 und P2 erforderlich. Die Bearbeitungsmaschine P1 übernimmt den elementaren Bau der Prototypen, die Feinanpassungen erfolgen anschliessend mit der Maschine P2.
Für die Herstellung der beiden Prototypen benötigen die Maschinen folgende Zeiten (Angaben in Minuten).

	P1	P2
Prototyp A5	4	8
Prototyp B5	6	5

Die maximale Einsatzdauer der beiden Maschinen ist beschränkt. P1 kann maximal 7 Stunden, P2 maximal 8 Stunden 10 Minuten täglich zur Produktion der Prototypen eingesetzt werden.

Von beiden Prototypen zusammen müssen täglich mindestens 50 Stück produziert werden. Der Gewinn beträgt für den Prototyp A5 CHF 40.--, für B5 CHF 30.--.

Bestimmen Sie die Produktionsbedingungen und die Zielfunktion, und stellen Sie den Sachverhalt grafisch dar.
Bei welchen Stückzahlen entsteht der grösste Gewinn und wie gross ist er unter den gegebenen Bedingungen?

a1) Definitionen

D = $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$
x = Maschinenprototypen A5 in Stück
y = Maschinenprototypen B5 in Stück

a2) Bedingungen

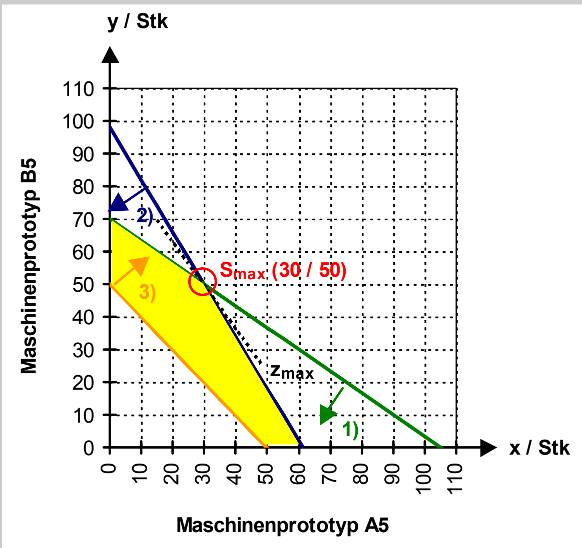
1) $4x + 6y \leq 420$ ➔ $y = -\frac{2}{3}x + 70$ und $\leq$

2) $8x + 5y \leq 490$ ➔ $y = -\frac{8}{5}x + 98$ und $\leq$

3) $x + y \geq 50$ ➔ $y = -x + 50$ und $\geq$

4) $z = 40x + 30y$ ➔ $y = -\frac{4}{3}x$

a3) Grafische Darstellung



a4) Maximum 30 Maschinenprototypen A5 / 50 Maschinenprototypen B5

a5) Maximaler Gewinn CHF 2'700.--

$z = 40x + 30y \qquad z = 40 \bullet 30 + 30 \bullet 50 = 2'700$

Aufgabe 17.6 (Seite 570)

a) Ein Schuhgeschäft kauft Damen- und Herrenschuhe einer neuen Marke ein. Der Einkäufer erhält den Auftrag, dass er von beiden Schuhvarianten zusammen mindestens 100 Stück einkaufen soll, wofür ihm ein maximaler Betrag von CHF 11'088.-- zur Verfügung steht. Ein Damenschuh kostet dabei CHF 64.--, ein Herrenschuh CHF 48.--.
Von den Damenschuhen soll er höchstens doppelt so viele – mindestens aber gleich viele – wie von den Herrenschuhen einkaufen.
Der Verkaufserlös für einen Damenschuh beträgt CHF 96.--, für einen Herrenschuh CHF 64.--.

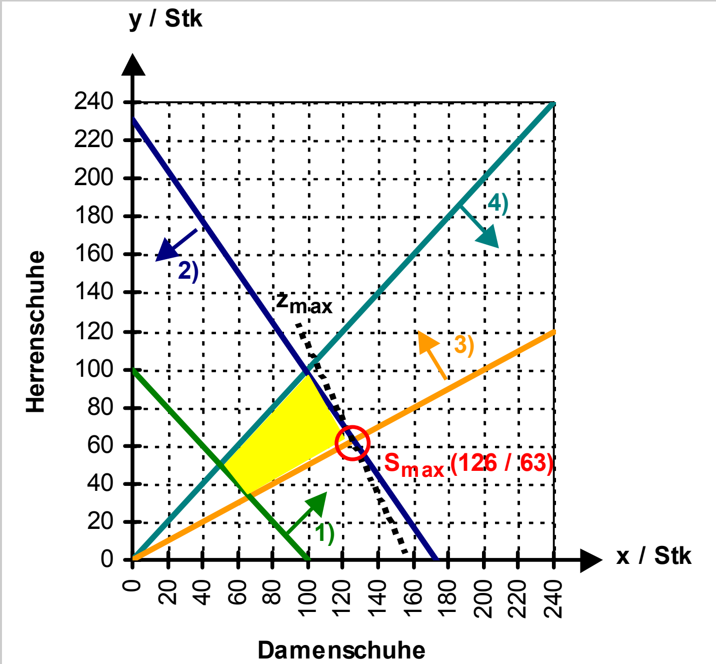
Bestimmen Sie die Einkaufsbedingungen und die Zielfunktion, und stellen Sie den Sachverhalt grafisch dar.
Bei welchen Stückzahlen wird der Bruttogewinn am grössten und wie gross ist er?

Zusatzfrage: Wie gross muss der Verkaufspreis eines Herrenschuhs mindestens sein (wenn der Preis des Damenschuhs gleich bleibt), so dass der maximale Bruttogewinn bei je 99 Damen- und Herrenschuhen liegt?

a1) Definitionen	$D = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$ x = Damenschuhe in Stück y = Herrenschuhe in Stück

a2) Bedingungen	1) $x + y \geq 100$	➔	$y = -x + 100$	und $\geq$
	2) $64x + 48y \leq 11'088$	➔	$y = -\frac{4}{3}x + 231$	und $\leq$
Bruttogewinn je Damenschuh: 96 - 64 = <u>32</u>	3) $x \leq 2y$	➔	$y = \frac{1}{2}x$	und $\geq$
Bruttogewinn je Herrenschuh: 64 - 48 = <u>16</u>	4) $x \geq y$	➔	$y = x$	und $\leq$
	5) $z = 32x + 16y$	➔	$y = -2x$	

a3) Grafische Darstellung



a4) Maximum	126 Damenschuhe / 63 Herrenschuhe
a5) Maximaler Bruttogewinn	CHF 5'040.--

$z = 32x + 16y$
$z = 32 \bullet 126 + 16 \bullet 63 = 5'040$

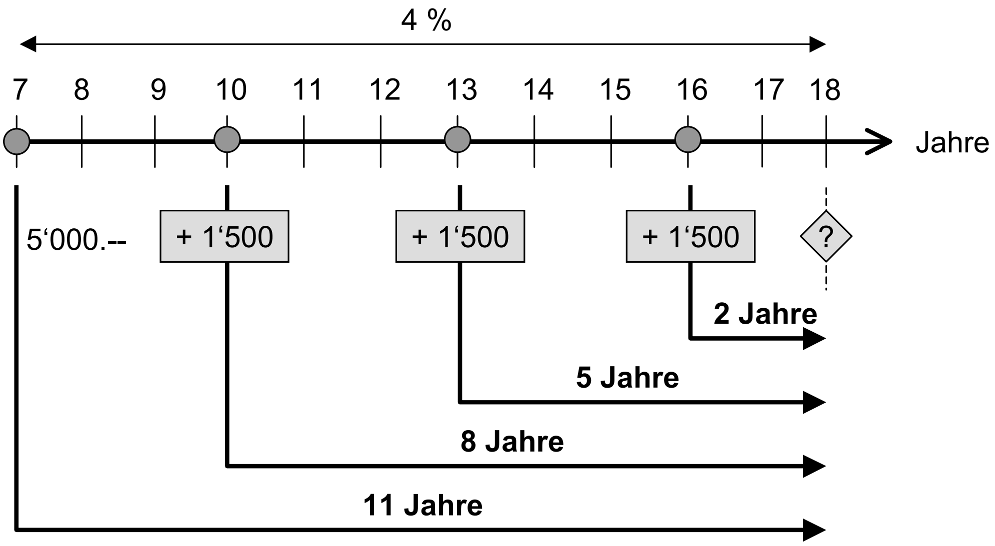
Aufgabe 18.8 (Seite 622)

① Gemischte Aufgaben

a) Zum 7. Geburtstag seines Sohnes hat sich ein Vater entschlossen, ein Sparkonto für seinen Sohn zu eröffnen. Als Einlage hat er einen Betrag von CHF 5'000.-- einbezahlt. Die Bank gewährt einen Zinssatz von 4 %.

Über welchen Betrag kann der Sohn mit 18 Jahren auf seinem Sparkonto verfügen, wenn der Vater jedes dritte Jahr einen Betrag von CHF 1'500.-- einbezahlt?
(Die erste dieser Einzahlungen erfolgt zum 10. Geburtstag.)

❶ **Analyse**



❷ **Formel festlegen**

$K_n = K_0 \bullet q^n$

❸ **Ausrechnung**

- **1. Kapital** (Einlage von CHF 5'000.--) für 11 Jahre:
  $K_7 = 5'000 \bullet 1.04^{11}$ ➔ $K_7 = 7'697.2702...$ 7'697.25
- **2. Kapital** (Einzahlung von CHF 1'500.--) für 8 Jahre:
  $K_{10} = 1'500 \bullet 1.04^{8}$ ➔ $K_{10} = 2'052.8535...$ + 2'052.85
- **3. Kapital** (Einzahlung von CHF 1'500.--) für 5 Jahre:
  $K_{13} = 1'500 \bullet 1.04^{5}$ ➔ $K_{13} = 1'824.9793...$ + 1'825.00
- **4. Kapital** (Einzahlung von CHF 1'500.--) für 2 Jahre:
  $K_{16} = 1'500 \bullet 1.04^{2}$ ➔ $K_{16} = 1'622.40$ + 1'622.40

Kapital nach 18 Jahren 13'197.50

❹ Mit 18 Jahren kann der Sohn auf seinem Sparkonto über **CHF 13'197.50** verfügen.