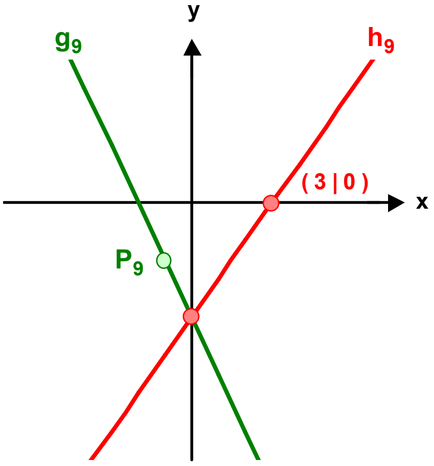
Aufgabe 11.12 (Seite 42)

i) Die Gerade g_9 verläuft durch den Punkt P_9 (−1 | −2) und hat die Steigung −2.
Wie lautet die Normalform der Geraden h_9, welche die Y-Achse im selben Punkt wie die Gerade g_9 und die X-Achse bei 3 schneidet?

h_9: $y = \frac{4}{3}x - 4$

Analyse



Gerade g_9

P_9 (−1 | −2), $m = -2$

$q = (-2) - (-2) \bullet (-1)$

$q = (-2) - 2$ ➔ $q = -4$

Normalform g_9: ➔ $y = -2x - 4$

Schnittpunkt Y-Achse: ➔ S_y (0 | −4)

Gerade h_9

S_x (3 | 0), S_y (0 | −4) ➔ $q = -4$

$m = \frac{(-4) - 0}{0 - 3}$

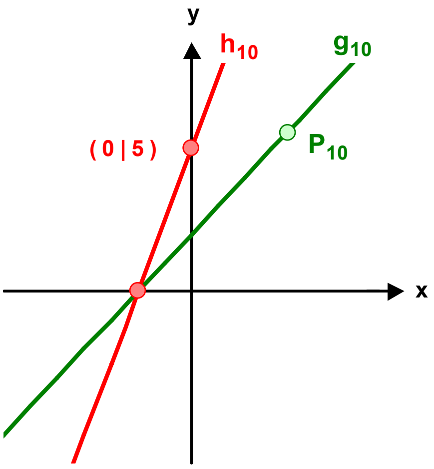
$m = \frac{-4}{-3}$ ➔ $m = \frac{4}{3}$

j) Die Geraden g_{10} und h_{10} schneiden sich auf der X-Achse. Die Gerade g_{10} geht durch den Punkt P_{10} (4 | 6) und hat die Steigung 1.
Die Gerade h_{10} schneidet die Y-Achse bei 5.
Wie lauten die Normalformen der Geraden g_{10} und h_{10}?

g_{10}: $y = x + 2$

h_{10}: $y = \frac{5}{2}x + 5$

Analyse



Gerade g_{10}

P_{10} (4 | 6), $m = 1$

$q = 6 - 1 \bullet 4$ ➔ $q = 2$

Normalform g_{10}: ➔ $y = x + 2$

Schnittpunkt X-Achse:

$0 = x + 2$

$x = -2$ ➔ S_x (−2 | 0)

Gerade h_{10}

S_x (−2 | 0), S_y (0 | 5) ➔ $q = 5$

$m = \frac{5 - 0}{0 - (-2)}$ ➔ $m = \frac{5}{2}$

Aufgabe 12.9 (Seite 76)

① Die variablen Stückkosten belaufen sich auf CHF 2.50. Bei 100 Stück entstehen Gesamtkosten von genau CHF 1'000.--. Der Verkaufspreis pro Stück wird auf CHF 4.-- festgelegt.

a) Ermitteln Sie die Gleichungen der Kosten- und der Erlösfunktion.

Kostenfunktion

$y = m \bullet x + q$

$1'000 = 2.5 \bullet 100 + q$

$1'000 = 250 + q$ ➔ $q = 750$

Erlösfunktion

$y = m \bullet x$

Kostenfunktion

$D = \mathbb{N}_0$

x = Menge in Stück / y = Gesamtkosten in CHF

$y = 2.5x + 750$

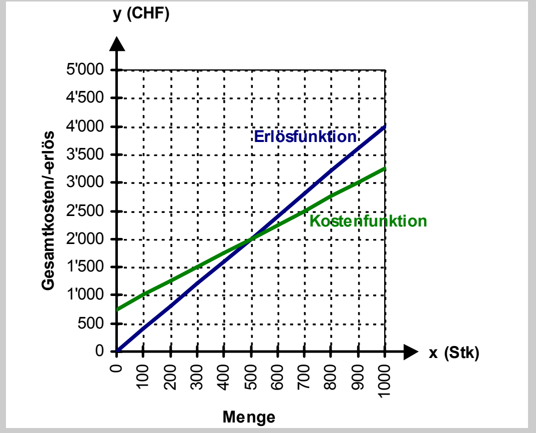
Erlösfunktion

$D = \mathbb{N}_0$

x = Menge in Stück / y = Gesamterlös in CHF

$y = 4x$

b) Stellen Sie beide Funktionen bis 1'000 Stück grafisch dar.



c) Bestimmen Sie aus den obigen Angaben die Gleichung der Gewinnfunktion.

$D = \mathbb{N}_0$

x = Menge in Stück / y = Gewinn in CHF

$y = 1.5x - 750$

Gewinnfunktion: Erlösfunktion − Kostenfunktion

$y = 4x - (2.5x + 750)$

$y = 4x - 2.5x - 750$ ➔ $y = 1.5x - 750$

d) Berechnen Sie die Gewinnschwelle.

Die Gewinnschwelle liegt bei **500 Stück**.

❶ $0 = 1.5x - 750$

$750 = 1.5x$ ➔ $x = 500$

oder

❷ Erlösfunktion = Kostenfunktion

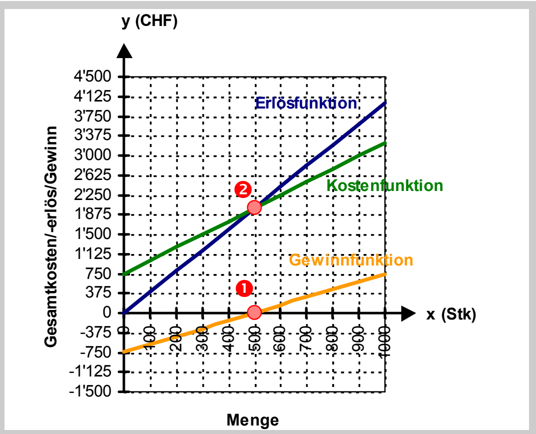
$4x = 2.5x + 750$

$1.5x = 750$ ➔ $x = 500$

e) Ergänzen Sie das Diagramm mit der Gewinnfunktion und der Gewinnschwelle.

❶ **Gewinnschwelle**
→ aus Gewinnfunktion

❷ **Gewinnschwelle**
→ aus Kosten- und Erlösfunktion



Aufgabe 13.11 (Seite 118)

c) f_3: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 6$

k_3: $y = 4x^2 + 24x + 29$

$S_1\ (-5 \mid 9)$, $S_2\ (-2 \mid -3)$

❶ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 6 = 4x^2 + 24x + 29$

$x^2 - x - 12 = 8x^2 + 48x + 58$

$7x^2 + 49x + 70 = 0$

$x^2 + 7x + 10 = 0$

$x_{1,2} = -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 10}$

$x_{1,2} = -3.5 \pm \sqrt{2.25}$

$x_{1,2} = -3.5 \pm 1.5$

➔ $x_1 = \underline{-5}$, $x_2 = \underline{-2}$

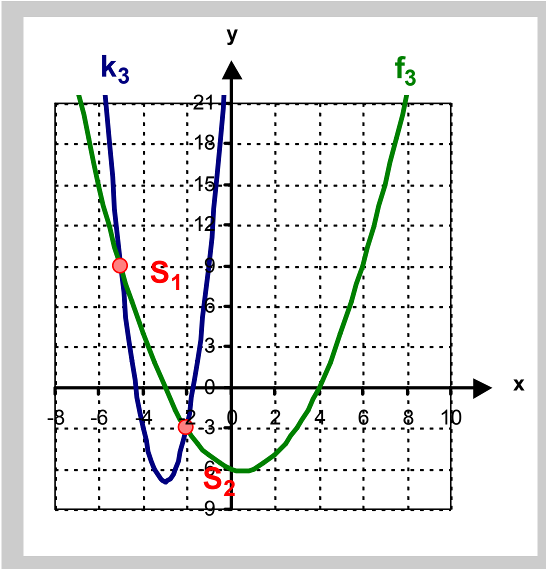
❷ $y_1 = 4 \bullet (-5)^2 + 24 \bullet (-5) + 29$

➔ $y_1 = \underline{9}$

$y_2 = 4 \bullet (-2)^2 + 24 \bullet (-2) + 29$

➔ $y_2 = \underline{-3}$

❸ $S_1\ (-5 \mid 9)$, $S_2\ (-2 \mid -3)$



d) f_4: $y = 5x^2 + 2x - 10$

k_4: $y = 3x^2 + 3x - 7$

$S_1\ (-1 \mid -7)$, $S_2\ (1.5 \mid 4.25)$

❶ $5x^2 + 2x - 10 = 3x^2 + 3x - 7$

$2x^2 - x - 3 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \bullet 2 \bullet (-3)}}{2 \bullet 2}$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4}$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{4}$

➔ $x_1 = \underline{-1}$, $x_2 = \underline{1.5}$

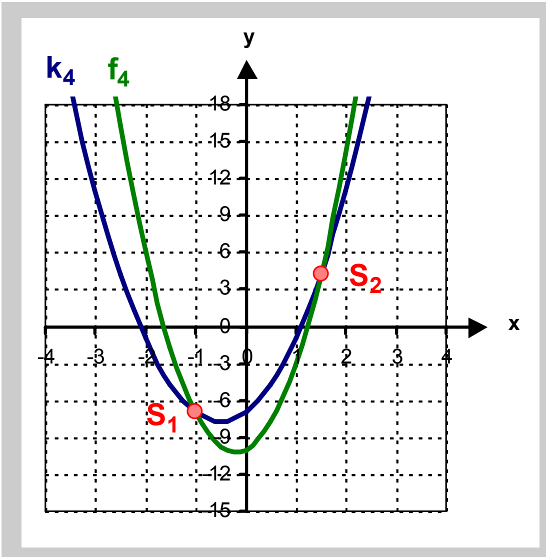
❷ $y_1 = 5 \bullet (-1)^2 + 2 \bullet (-1) - 10$

➔ $y_1 = \underline{-7}$

$y_2 = 5 \bullet (1.5)^2 + 2 \bullet 1.5 - 10$

➔ $y_2 = \underline{4.25}$

❸ $S_1\ (-1 \mid -7)$, $S_2\ (1.5 \mid 4.25)$



Aufgabe 13.15 (Seite 119)

① Die Funktion $y = -0.005x^2 + 0.6x - 5.5$ beschreibt die Form einer Bogenbrücke gemäss Skizze bei Aufgabe 13.13, wobei x und y Distanzen in Metern bedeuten.

a)	Wie lang ist die Brücke?	Die Brücke ist **100 m** lang.
b)	An welcher Stelle erreicht die Brücke ihre maximale Höhe und wie hoch ist diese Höhe?	Genau in der Mitte erreicht die Brücke ihre maximale Höhe von **12.5 m**.
c)	Wie weit entfernt vom Brückenbeginn bzw. Brückenende stehen Stützpfeiler, die genau 10.5 Meter hoch sind?	10.5 m hohe Stützpfeiler stehen **30 m** nach dem Brückenbeginn bzw. vor dem Brückenende.

Definitionen

$D = \mathbb{Q}^+$
x = Entfernung von einer virtuellen Y-Achse in Metern
y = Höhe der Brücke in Metern

Frage a) Nullstellen berechnen

$-0.005x^2 + 0.6x - 5.5 = 0$
→ $a = -0.005, \quad b = 0.6, \quad c = -5.5$

$$x_{1,2} = \frac{-0.6 \pm \sqrt{0.6^2 - 4 \bullet (-0.005) \bullet (-5.5)}}{2 \bullet (-0.005)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.6 \pm \sqrt{0.25}}{-0.01}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.6 \pm 0.5}{-0.01}$$

$x_1 = \underline{10}, \quad x_2 = \underline{110}$

Länge der Brücke:
$x_2 - x_1 \quad \rightarrow \; 110 - 10 = \underline{100}$

Frage b) Scheitelpunkt berechnen

$y = -0.005x^2 + 0.6x - 5.5$
→ $a = -0.005, \quad b = 0.6, \quad c = -5.5$

$$S\left(\frac{-b}{2a} \;\middle|\; c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

$$S\left(\frac{-0.6}{2 \bullet (-0.005)} \;\middle|\; -5.5 - \frac{0.6^2}{4 \bullet (-0.005)}\right)$$

$$S\left(\frac{-0.6}{-0.01} \;\middle|\; -5.5 - \frac{0.36}{-0.02}\right)$$

$$S\left(60 \;|\; -5.5 + 18\right)$$

$$S\left(60 \;|\; 12.5\right)$$

X-Koordinate: kann auch über die Nullstellen berechnet werden $[(x_1 + x_2) \;/\; 2]$.
Y-Koordinate: x_s in der Funktionsgleichung einsetzen.

Frage c) X-Wert berechnen

$y = -0.005x^2 + 0.6x - 5.5$
$10.5 = -0.005x^2 + 0.6x - 5.5$
$-0.005x^2 + 0.6x - 16 = 0$
→ $a = -0.005, \quad b = 0.6, \quad c = -16$

$$x_{1,2} = \frac{-0.6 \pm \sqrt{0.6^2 - 4 \bullet (-0.005) \bullet (-16)}}{2 \bullet (-0.005)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.6 \pm \sqrt{0.04}}{-0.01}$$

$$x_{1,2} = \frac{-0.6 \pm 0.2}{-0.01}$$

$x_1 = \underline{40}, \quad x_2 = \underline{80}$ (= Abstand zur virtuellen Y-Achse)

<u>Abstand zum Brückenbeginn bzw. Brückenende:</u>
→ Differenz zu den Nullstellen N_1 und N_2

Aufgabe 15.4 (Seite 175)

① Untersuchungen haben ergeben, dass bei 50 Geldeinheiten 50 Mengeneinheiten und bei 60 Geldeinheiten 100 Mengeneinheiten angeboten werden. Die Konsumenten sind bereit, bei einem Preis von 60 Geldeinheiten 30 Mengeneinheiten und bei einem Preis von 30 Geldeinheiten 90 Mengeneinheiten zu erwerben. Dieses Marktverhalten gilt im Bereich zwischen 20 und 110 Mengeneinheiten. Angebot wie auch Nachfrage verlaufen linear.

a) Wie lauten die Angebots- und die Nachfragefunktion?

Angebot: $y = \frac{1}{5}x + 40$

Nachfrage: $y = -\frac{1}{2}x + 75$

Angebotsfunktion

P_1 (50 | 50), P_2 (100 | 60)

$y = m \bullet x + q$

$m = \frac{60-50}{100-50} \rightarrow m = \frac{10}{50} \rightarrow m = \underline{\frac{1}{5}}$

$q = 50 - 0.2 \bullet 50 \rightarrow q = \underline{40}$

Nachfragefunktion

P_1 (30 | 60), P_2 (90 | 30)

$y = m \bullet x + q$

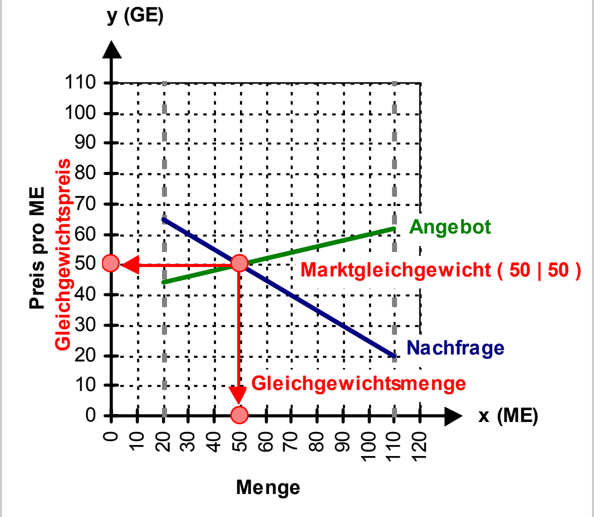
$m = \frac{30-60}{90-30} \rightarrow m = \frac{-30}{60} \rightarrow m = \underline{-\frac{1}{2}}$

$q = 60 - (-0.5) \bullet 30 \rightarrow q = \underline{75}$

b) Stellen Sie die Funktionen grafisch dar.

$D = \{ x \in \mathbb{N} \mid 20 \leq x \leq 110 \}$

x = Menge in Mengeneinheiten (ME)
y = Preis pro ME in Geldeinheiten (GE)



c) Wo liegt das Marktgleichgewicht?

Das Marktgleichgewicht liegt bei einem Preis von **50 Geldeinheiten** und bei einer Menge von **50 Mengeneinheiten**.

$\frac{1}{5}x + 40 = -\frac{1}{2}x + 75$

$2x + 400 = -5x + 750$

$7x = 350 \quad \rightarrow \quad x = \underline{50}$

Für y den Wert von x einsetzen:

$y = \frac{1}{5}x + 40$

$y = \frac{1}{5} \bullet 50 + 40 \quad \rightarrow \quad y = \underline{50}$

Aufgabe 16.3 (Seite 246)

c) Die Befragung "Was essen Sie normalerweise zum Frühstück (Hauptbestandteil)?" hat folgende Antworten ergeben: Brot / Müesli / Brot / Nichts / Früchte / Brot / Flakes / Brot / Flakes / Brot / Brot / Flakes / Brot / Müesli / Brot / Brot / Brot / Flakes / Nichts / Flakes / Brot / Früchte / Flakes / Nichts / Müesli / Brot / Anderes / Brot / Flakes / Flakes / Brot / Müesli / Nichts / Flakes / Müesli / Brot / Müesli / Nichts / Flakes / Früchte.

Erstellen Sie eine Häufigkeitstabelle, und beantworten Sie die folgenden Fragen.

1) Was essen die meisten Befragten zum Frühstück?
2) Wie viele Prozent der Befragten essen dieses zum Frühstück?
3) Wie viele Befragte essen Flakes oder Müesli zum Frühstück?
4) Wie viele Prozent der Befragten essen Flakes oder Müesli zum Frühstück?
5) Wie viele Prozent der Befragten essen nichts oder nur Früchte zum Frühstück?

Stellen Sie die erhobenen Daten grafisch dar.
Welche Kennzahl lässt sich direkt aus dem Diagramm ablesen und wie gross ist sie?

Häufigkeitstabelle

Merkmal: Hauptbestandteil des Frühstücks

i	x_i	n_i	h_i	
1	Nichts	5	0.125	(h_1 = 5 : 40)
2	Flakes	10	0.25	(h_2 = 10 : 40)
3	Müesli	6	0.15	(h_3 = 6 : 40)
4	Brot	15	0.375	(h_4 = 15 : 40)
5	Früchte	3	0.075	(h_5 = 3 : 40)
6	Anderes	1	0.025	(h_6 = 1 : 40)
	Total	n = 40		

Fragen

1) Brot (= x_4) → grösster Wert in der Spalte n_i

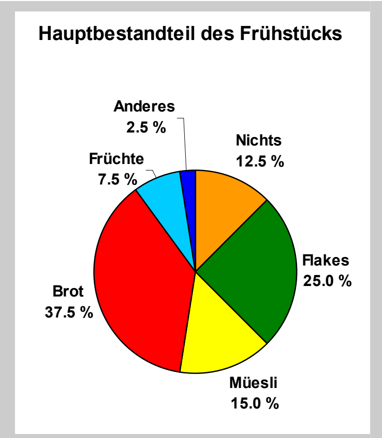
2) 37.5 % (= h_4)

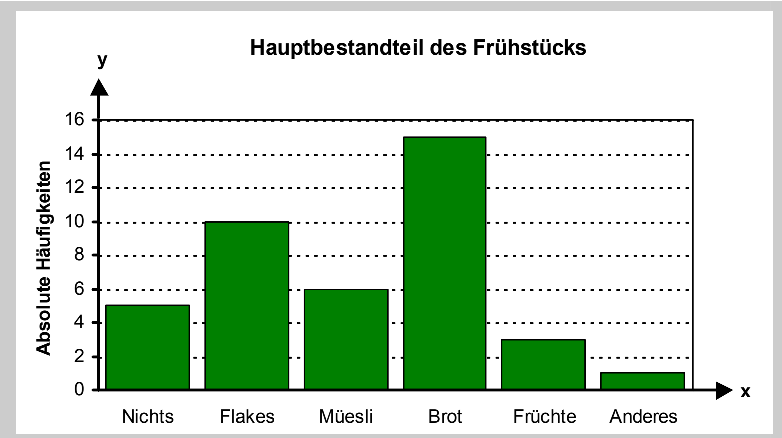
3) 16 (= $n_2 + n_3$)

4) 40 % (= $h_2 + h_3$)

5) 20 % (= $h_1 + h_5$)

2 Vorschläge für die grafische Darstellung





Ablesbare Kennzahl

Modus: Brot